



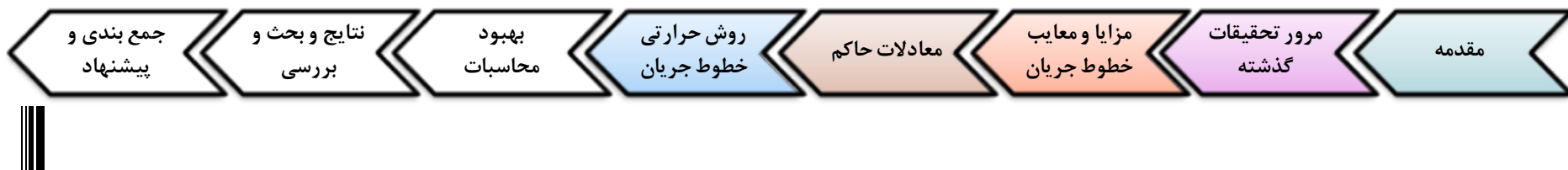
بسمه تعالی
بسم الله الرحمن الرحيم

شبیه سازی مخازن هیدروکربوری به روش خطوط جریان

مجید سیاوشی

استادیار مهندسی مکانیک
دانشگاه علم و صنعت ایران

**Streamline-Based Simulation of
Hydrocarbon Reservoirs**



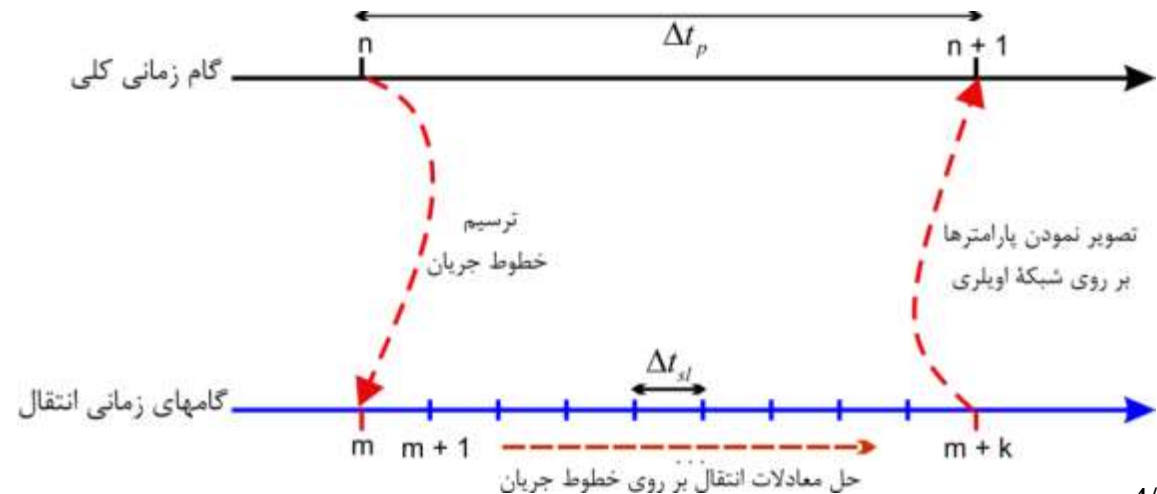
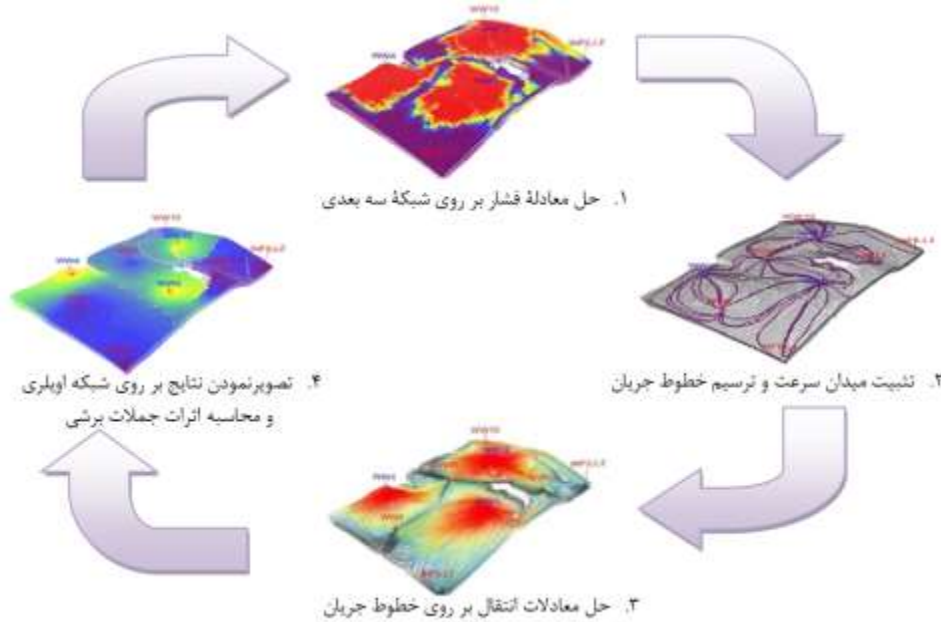
Please cite the following resources, if this presentation is useful for your research:

[1] Siavashi M, Pourafshary P, Raisee M. Application of space–time conservation element and solution element method in streamline simulation. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2012; 96-97:58-67.

[2] Siavashi, M. (2013). Thermal enhanced oil recovery modeling in oil reservoirs using streamline simulation School of Mechanical Engineering, University of Tehran. PhD thesis.



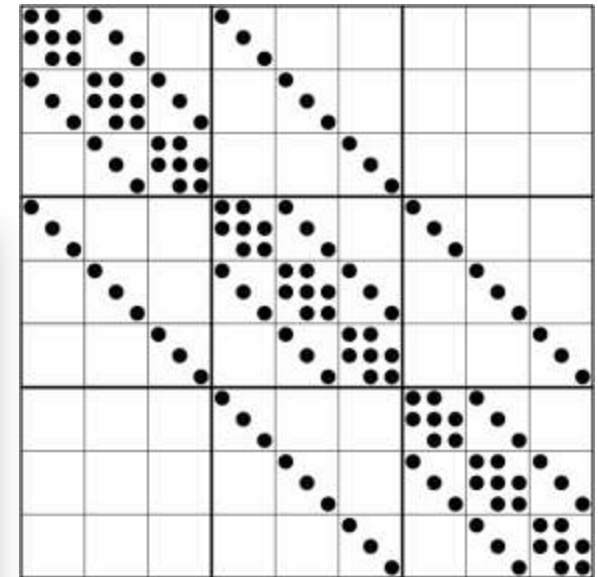
چارچوب شبیه سازی به روش خطوط جریان



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۱. حل معادله فشار

$$\phi c_t \frac{\partial P}{\partial t} - \phi \alpha_t \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\rho_w} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \lambda_w \rho_w \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \lambda_w \rho_w \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \lambda_w \rho_w \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_w g \right) \right) \right] - \frac{1}{\rho_o} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \lambda_o \rho_o \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \lambda_o \rho_o \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \lambda_o \rho_o \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \rho_o g \right) \right) \right] = q_w + q_o$$



دستگاه معادلات غیر خطی $[A]_{n \times n} \cdot \{P\}_{n \times 1} = \{B\}_{n \times 1}$

$$\frac{(V_p c_t)_{i,j,k}}{\Delta t_p} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^n) - \frac{(\alpha_t V_p \Delta T)_{i,j,k}}{\Delta t_p} - (TX)_{i+1/2} (P_{i+1,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + (TX)_{i-1/2} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i-1,j,k}^{n+1}) - (TY)_{j+1/2} (P_{i,j,k+1}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + (TY)_{j-1/2} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j-1,k}^{n+1}) - (TZ)_{k+1/2} (P_{i,j,k+1}^{n+1} - P_{i,j,k}^{n+1}) + (TZ)_{k-1/2} (P_{i,j,k}^{n+1} - P_{i,j,k-1}^{n+1}) + (G)_{k+1/2} (z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k}) - (G)_{k-1/2} (z_{i,j,k} - z_{i,j,k-1}) = (Q_w + Q_o)_{i,j,k} = (Q_T)_{i,j,k}$$

$$(TX)_{i \pm 1/2} = (TX_w)_{i \pm 1/2} + (TX_o)_{i \pm 1/2}, \quad (TY)_{j \pm 1/2} = (TY_w)_{j \pm 1/2} + (TY_o)_{j \pm 1/2} \\ (TZ)_{k \pm 1/2} = (TZ_w)_{k \pm 1/2} + (TZ_o)_{k \pm 1/2}, \quad (G)_{k \pm 1/2} = (G_w)_{k \pm 1/2} + (G_o)_{k \pm 1/2}$$

$$(TX_p)_{i+1/2} = \frac{1}{(\rho_p)_i} \left(\frac{2}{1/(T_{x,p})_i + 1/(T_{x,p})_{i+1}} \right), \quad (T_{x,p})_i = \frac{(k_x \lambda_p \rho_p A_x)_i}{\Delta x_i} \\ (G_p)_{k+1/2} = \frac{1}{(\rho_p)_k} \left(\frac{2}{1/(G_p)_k + 1/(G_p)_{k+1}} \right), \quad (G_p)_k = \frac{(k_z \lambda_p \rho_p A_z)_k}{\Delta z_k}$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۲. محاسبه میدان سرعت

$$\mathbf{u}_t = -\mathbf{k} \left(\lambda_t \nabla P - \lambda_{gt} \nabla Z \right) = -k_x \left(\lambda_t \frac{\partial P}{\partial x} \right) \mathbf{i} - k_y \left(\lambda_t \frac{\partial P}{\partial y} \right) \mathbf{j} - k_z \left(\lambda_t \frac{\partial P}{\partial z} - \lambda_{gt} \right) \mathbf{k}$$

✓ سرعت دارسی به ازای حجم بلوک
- مجموع فضای پر و خالی -
محاسبه میشود. در حالیکه سیال
فقط در فضای خالی جریان دارد.
بنابراین از **سرعت حقیقی** ($\mathbf{v}$)
برای ترسیم خطوط جریان
استفاده می شود.

$$\begin{aligned} (u_x)_{i+1/2} &= -(k_x \lambda_t)_{i+1/2} \frac{P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k}}{x_{i+1} - x_i} = -\frac{(TX)_{i+1/2}}{\Delta y_j \Delta z_k} (P_{i+1,j,k} - P_{i,j,k}) \\ (u_y)_{j+1/2} &= -(k_y \lambda_t)_{j+1/2} \frac{P_{i,j+1,k} - P_{i,j,k}}{y_{j+1} - y_j} = -\frac{(TY)_{j+1/2}}{\Delta x_i \Delta z_k} (P_{i,j+1,k} - P_{i,j,k}) \\ (u_z)_{k+1/2} &= -(k_z \lambda_t)_{k+1/2} \frac{P_{i,j,k+1} - P_{i,j,k}}{z_{k+1} - z_k} - (k_z \lambda_{gt})_{k+1/2} \\ &= -\frac{(TZ)_{k+1/2}}{\Delta x_i \Delta y_j} (P_{i,j,k+1} - P_{i,j,k}) - \frac{(G)_{k+1/2}}{\Delta x_i \Delta y_j} (z_{k+1} - z_k) \end{aligned}$$

$$v_x = \frac{u_x}{\phi}$$

$$v_y = \frac{u_y}{\phi}$$

$$v_z = \frac{u_z}{\phi}$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

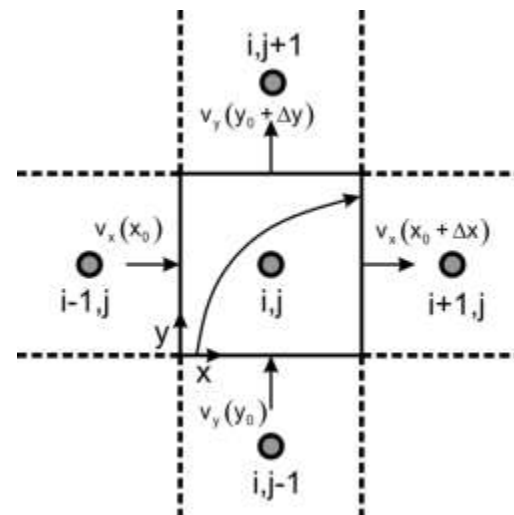
۱-۳. ترسیم خطوط جریان به روش Pollock

$$v_x(x) = v_x(x_0) + h_x(x - x_0)$$

$$v_y(y) = v_y(y_0) + h_y(y - y_0)$$

$$v_z(z) = v_z(z_0) + h_z(z - z_0)$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$



$$\Delta t_x = \int_{x=x_i}^{x=x_e} \frac{dx}{v_x(x_0) + h_x(x - x_0)} = \frac{1}{h_x} \ln \left(\frac{v_x(x_0) + h_x(x_e - x_0)}{v_x(x_0) + h_x(x_i - x_0)} \right)$$

$$\Delta t_y = \int_{y=y_i}^{y=y_e} \frac{dy}{v_y(y_0) + h_y(y - y_0)} = \frac{1}{h_y} \ln \left(\frac{v_y(y_0) + h_y(y_e - y_0)}{v_y(y_0) + h_y(y_i - y_0)} \right)$$

$$\Delta t_z = \int_{z=z_i}^{z=z_e} \frac{dz}{v_z(z_0) + h_z(z - z_0)} = \frac{1}{h_z} \ln \left(\frac{v_z(z_0) + h_z(z_e - z_0)}{v_z(z_0) + h_z(z_i - z_0)} \right)$$

$$\Delta \tau = \min^+(\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z)$$

$$x_e = x_i + \frac{v_x(x_i)}{h_x} (e^{h_x \Delta \tau} - 1)$$

$$y_e = y_i + \frac{v_y(y_i)}{h_y} (e^{h_y \Delta \tau} - 1)$$

$$z_e = z_i + \frac{v_z(z_i)}{h_z} (e^{h_z \Delta \tau} - 1)$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۱. ترسیم خطوط جریان به روش Pollock

$$v_x(x_i) = v_x(x_0) + h_x(x_i - x_0)$$

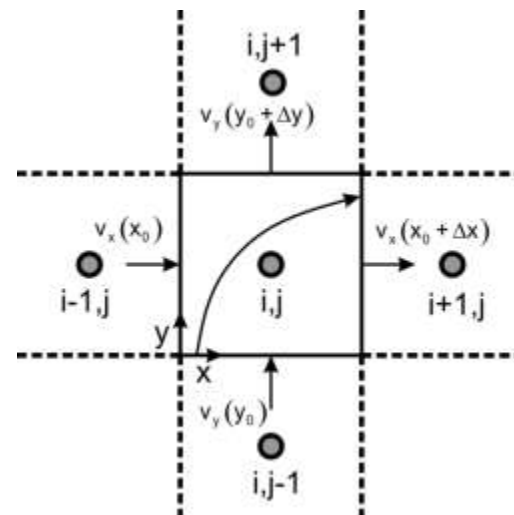
$$\Delta\tau = \int_{x=x_i}^{x=x_e} \frac{dx}{v_x(x_0) + h_x(x - x_0)} = \frac{1}{h_x} \ln \left(\frac{v_x(x_0) + h_x(x_e - x_0)}{v_x(x_0) + h_x(x_i - x_0)} \right)$$

$$\Delta\tau = \frac{1}{h_x} \ln \left(\frac{v_x(x_0) + h_x(x_e - x_0)}{v_x(x_i)} \right)$$

$$\rightarrow e^{h_x \Delta\tau} = \frac{v_x(x_0) + h_x(x_e - x_0)}{v_x(x_i)} = \frac{v_x(x_0) + h_x(x_e - x_i + x_i - x_0)}{v_x(x_i)}$$

$$= \frac{v_x(x_i) + h_x(x_e - x_i)}{v_x(x_i)} = 1 + \frac{h_x}{v_x(x_i)}(x_e - x_i)$$

$$\rightarrow x_e - x_i = \frac{v_x(x_i)}{h_x}(e^{h_x \Delta\tau} - 1)$$



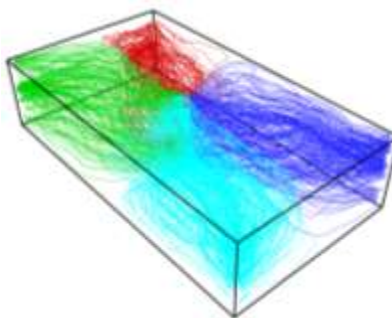
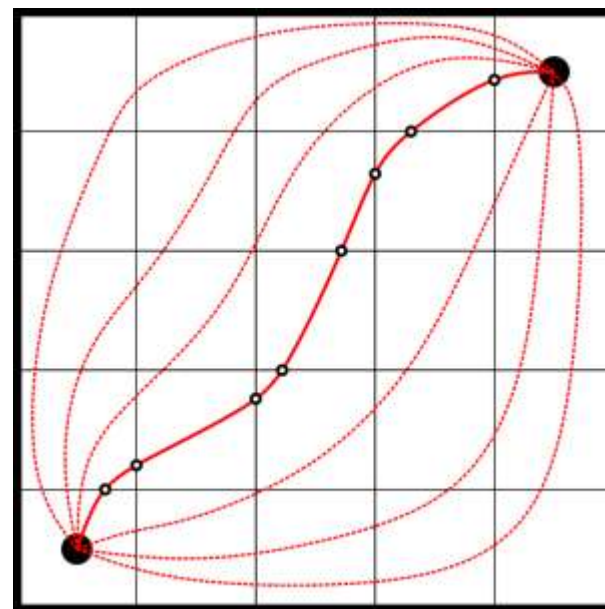
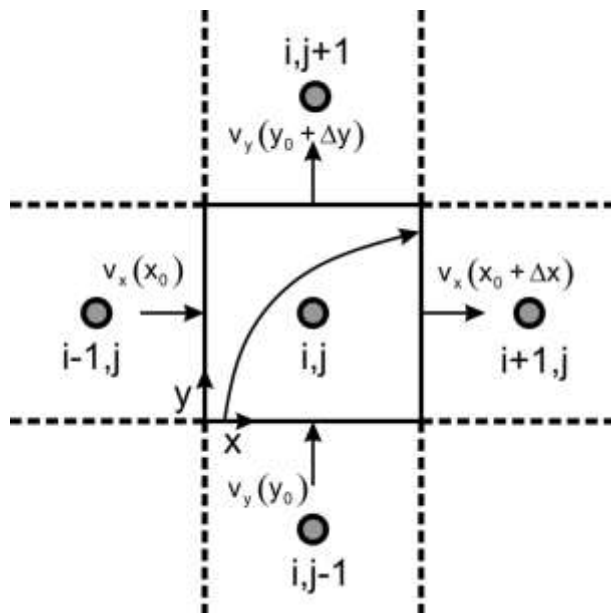
$$x_e = x_i + \frac{v_x(x_i)}{h_x}(e^{h_x \Delta\tau} - 1)$$

$$y_e = y_i + \frac{v_y(y_i)}{h_y}(e^{h_y \Delta\tau} - 1)$$

$$z_e = z_i + \frac{v_z(z_i)}{h_z}(e^{h_z \Delta\tau} - 1)$$

مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۱. ترسیم خطوط جریان به روش Pollock



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۲. پارامتر «زمان پرواز»

«زمان پرواز» عبارتست از مدت زمان لازم برای اینکه یک ذره بر روی خط جریان، مسافت S را طی نماید.

$$\tau = \int_0^S \frac{\phi(\zeta)}{|\mathbf{u}_t(\zeta)|} d\zeta = \int_{\zeta=0}^S \frac{1}{|\mathbf{v}_t(\zeta)|} d\zeta$$

$$\tau = \sum_{i=1}^n \Delta \tau_i$$

در مورد این پارامتر، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ✓ دارای بعد **زمان** می باشد
- ✓ به نوعی نشان دهنده **مسافت** بین دو نقطه است
- ✓ اثرات تغییرات **تراوایی** را در خود دارد
- ✓ اثرات تغییرات **ضریب تخلخل** را در خود دارد.

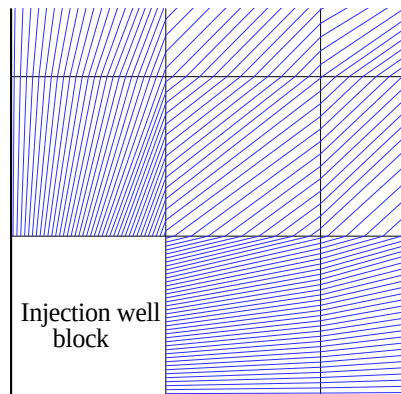


مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۳. مختصات شروع و پایان خط جریان

✓ خطوط جریان از چاه های تزریق شروع می شوند و در جریان **تراکم ناپذیر** به چاه های تولید یا نقاط سکون واقع بر روی مرزهای میدان ختم می گردند.

✓ در جریان **تراکم پذیر**، در اثر تراکم پذیری سیال، سلول هایی وجود دارند که مانند چشمه/چاه عمل می نمایند که به آنها «چشمه/چاه مجازی» می گوئیم. بنابراین خط جریان می تواند از هر سلول شامل چاه تزریق یا چشمه مجازی شروع شود و به هر سلول شامل چاه تولید یا چاه مجازی یا نقطه سکون ختم گردد.



✓ موقعیت شروع هر خط جریان و تعداد خطوط جریان صادر شده از هر وجه چاه براساس دبی حجمی چاه تعیین می گردد.

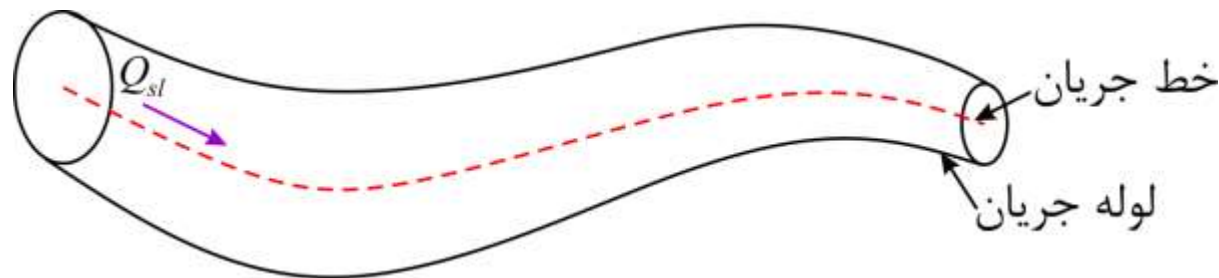


مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۴. دبی عبوری از هر خط جریان

✓ هر خط جریان نشان دهنده یک لوله جریان است که دارای دبی عبوری مشخصی می باشد و مقدار آن از تقسیم دبی عبوری از وجه چاه بر تعداد خطوط جریان صادر شده از آن وجه بدست می آید.

✓ در جریان تراکم ناپذیر، دبی عبوری از هر خط جریان ثابت می باشد اما سرعت جریان در هر بخش از خط جریان متفاوت است.



✓ در جریان تراکم پذیر، دبی خطوط جریان متغیر بوده و دبی هر خط جریان با عبور از سلول های شامل چشمه یا چاه مجازی، ممکن است افزایش یا کاهش یابد

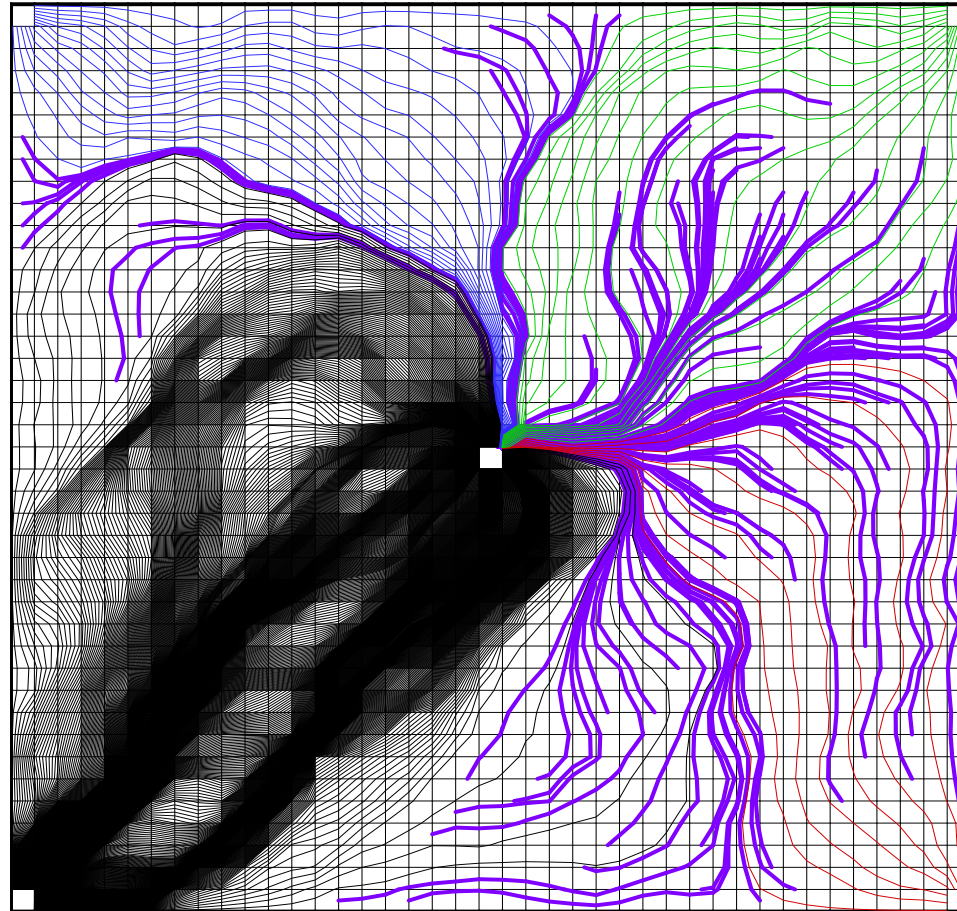
مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۳. سلولهای فاقد خط جریان

- ✓ در مکان هایی که سرعت جریان بیشتر است - در نزدیکی چاه ها - یا دارای مقادیر تراوایی بزرگتری هستند، **تراکم خطوط جریان بیشتر** خواهد بود.
- ✓ در محل هایی که سرعت جریان کم است یا مقدار تراوایی کوچک است، **تراکم خطوط جریان کم** می شود.
- ✓ سلول هایی وجود خواهند داشت که **فاقد خط جریان** هستند.
- ✓ این امر تاثیری در پیش بینی میزان تولید چاه ها نخواهد داشت.
- ✓ برای محاسبه تغییرات مقادیر پارامترهای مختلف، ضروری است که **حداقل یک خط جریان از هر سلول** عبور نماید.
- ✓ از مرکز سلول های فاقد خط جریان، یک **خط جریان به صورت معکوس و به سمت چاه تزریق** ترسیم می شود.
- ✓ شار عبوری از آنها برای سلول فاقد خط جریان برابر با یک و برای سایر سلول ها برابر با صفر در نظر گرفته می شود

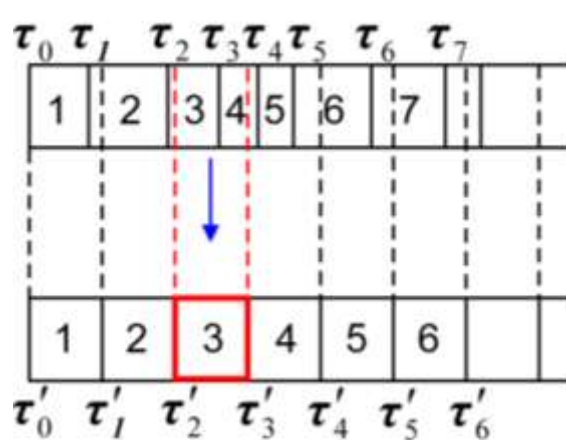
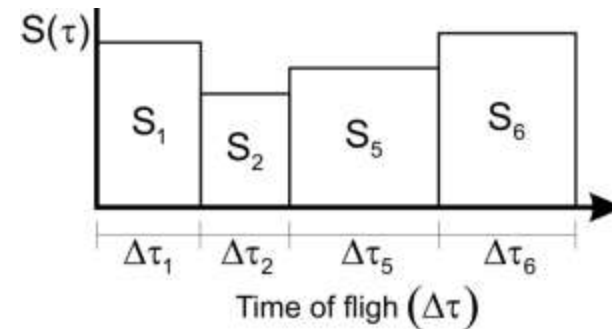
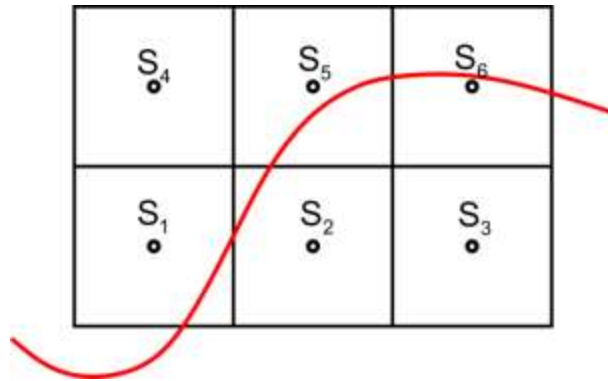
مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۳-۳. سلولهای فاقد خط جریان



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۴. تصویر نمودن پارامترها از شبکهٔ اویلری بر روی خطوط جریان



سلولهای کوچک در سلولهای بزرگ ادغام شده اند



شبکهٔ غیر یکنواخت اصلی برای گامهای زمانی Δt_{ori}



شبکهٔ یکنواخت برای گامهای زمانی Δt_{ri}



$$(\alpha_3)_{new} = \frac{\alpha_4 (\tau'_3 - \tau_3) + \alpha_3 (\tau_3 - \tau'_2)}{\tau'_3 - \tau'_2}$$

مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۵. معادلات انتقال به صورت تابعی از زمان پرواز

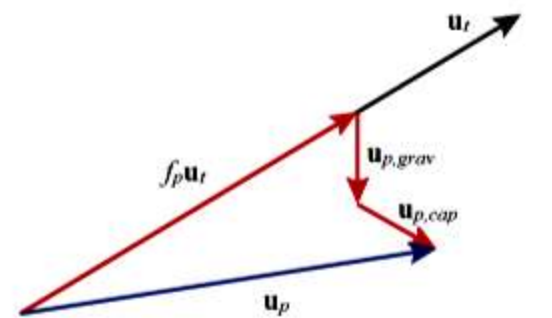
$$\tau = \int_0^s \frac{\phi(\zeta)}{|\mathbf{u}_t(\zeta)|} d\zeta \Rightarrow \frac{\partial \tau}{\partial \zeta} = \frac{\phi}{|\mathbf{u}_t|} \rightarrow |\mathbf{u}_t| \frac{\partial}{\partial \zeta} \equiv \boxed{\mathbf{u}_t \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_w S_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_w) = 0$$

بقای جرم:

$$\frac{\partial U_t}{\partial t} + \nabla \cdot \sum_{j=w,o} \rho_j \mathbf{u}_j H_j - \nabla \cdot (k_T \nabla T) = 0$$

بقای انرژی:



$$\mathbf{u}_p = f_p \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_{p,cap} + \mathbf{u}_{p,grav}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_w S_w) + \frac{\partial}{\partial \tau}(\rho_w f_w) + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial z}(\rho_w \mathbf{u}_{w,grav}) + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{u}_{w,cap}) = -\frac{\rho_w f_w \nabla \cdot \mathbf{u}_t}{\phi} - \frac{\rho_w S_w}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\sum_{j=o,w} \rho_j f_j H_j \right) + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot \left((\rho_w H_w - \rho_o H_o) (\mathbf{u}_{w,grav} + \mathbf{u}_{w,cap}) \right) \\ - \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (k_T \nabla T) = - \frac{\left(\sum_{j=o,w} \rho_j f_j H_j \right) \nabla \cdot \mathbf{u}_t}{\phi} \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}_{w,cap} = \mathbf{k} \left(\frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} \cdot \nabla P_{cow} \right)$$

$$\mathbf{u}_{w,grav} = k_z \left(\frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} (\rho_w - \rho_o) \right) \mathbf{g}$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۵. معادلات انتقال به صورت تابعی از زمان پرواز

با صرف نظر از:

✓ تراکم پذیری سنگ

✓ جمله $\nabla \cdot \mathbf{u}_t$

✓ اثرات Capillary Pressure

$$\frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{\partial F_w}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{\partial F_U}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_U}{\partial z} - \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (k_T \nabla T) = 0$$

$$G_w = k_z \frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} \rho_w (\rho_w - \rho_o) g$$

$$M_w = \rho_w S_w \quad ; \quad F_w = \rho_w f_w$$

$$G_U = k_z \frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} (\rho_w H_w - \rho_o H_o) (\rho_w - \rho_o) g$$

$$F_o = \rho_o f_o \quad ; \quad F_U = F_w H_w + F_o H_o$$

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \left(\frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} (\rho_w - \rho_o) \right) g \right) = 0$$

جریان هم دما و تراکم ناپذیر:



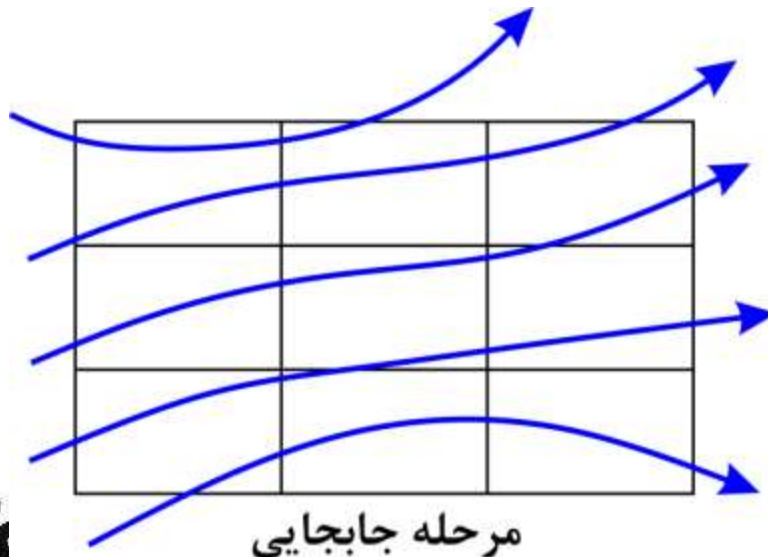
مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

روش جداسازی عملگرها

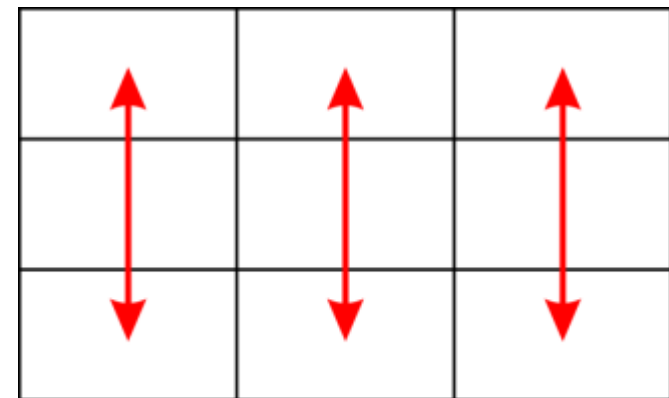
$$\frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{\partial F_w}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_w}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{\partial F_U}{\partial \tau} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_U}{\partial z} - \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (k_T \nabla T) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{\partial F_w}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{\partial F_U}{\partial \tau} = 0 \end{cases} + \begin{cases} \frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_U}{\partial z} = 0 \end{cases} + \frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} - \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (k_T \nabla T) = 0$$



مرحله جابجایی

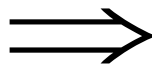


مرحله گرانش

مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۶. حل معادلات انتقال در راستای خطوط جریان

$$\begin{cases} \frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{\partial F_w}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{\partial F_U}{\partial \tau} = 0 \end{cases} \quad \text{Explicit (Upwind) روش به روش}$$



$$\begin{cases} (M_w)_i^{n+1} = (M_w)_i^n - \frac{\Delta t_{sl}}{\Delta \tau} ((F_w)_i - (F_w)_{i-1}) \\ (U_t/\phi)_i^{n+1} = (U_t/\phi)_i^n - \frac{\Delta t_{sl}}{\Delta \tau} ((F_U)_i - (F_U)_{i-1}) \end{cases}$$

محاسبه گامهای زمانی براساس شرط CFL

$$(v_s^{\max})_{sl}^{Max} = \max \left[\frac{(F_w)_i - (F_w)_{i-1}}{(M_w)_i - (M_w)_{i-1}} \right]$$

$$(v_s^{\max})_{sl}^{Max} = \max \left[\frac{(F_U)_i - (F_U)_{i-1}}{(U_t/\phi)_i - (U_t/\phi)_{i-1}} \right]$$

$$\Delta t_{sl} = \frac{CFL \cdot \Delta \tau}{(v_s^{\max})_{sl}}$$

$$(v_s^{\max})_{sl} = \max \left((v_s^{\max})_{sl}^{Mass}, (v_s^{\max})_{sl}^{Energy} \right)$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۶. حل معادلات انتقال در راستای خطوط جریان (جریان تراکم ناپذیر، هم دما)

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_w|_{\tau=0} = 1 - S_{or} \\ S_w(t=0, \tau) = S_{wc} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{(S_w)_i^{n+1} - (S_w)_i^n}{\Delta t_{sl}} + \frac{(\bar{f}_w)_{i+1/2} - (\bar{f}_w)_{i-1/2}}{\Delta \tau} = 0$$

$\bar{f}_w$ مقدار متوسط f_w بر روی وجه سلول i ام در مدت زمان Δt_{sl} است. برای محاسبه آن از بسط تیلور استفاده می کنیم.

$$(\bar{f}_w)_{i+1/2} \cong (f_w)_{i+1/2}^{n+1/2} = (f_w)_i^n + \frac{\Delta t_{sl}}{2} \left(\frac{\partial f_w}{\partial t} \right)_i + \frac{\Delta \tau}{2} \left(\frac{\partial f_w}{\partial \tau} \right)_i + O(\Delta t_{sl}^2, \Delta \tau^2)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} = \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial f_w}{\partial \tau}$$

$$(\bar{f}_w)_{i+1/2} \cong (f_w)_i^n - \frac{\Delta t_{sl}}{2} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\partial f_w}{\partial \tau} \right)_i + \frac{\Delta \tau}{2} \left(\frac{\partial f_w}{\partial \tau} \right)_i + O(\Delta t_{sl}^2, \Delta \tau^2)$$

$$\rightarrow (\bar{f}_w)_{i+1/2} \cong (f_w)_i^n + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f_w}{\partial \tau} \right)_i \left(1 - \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \frac{\Delta t_{sl}}{\Delta \tau} \right)_i \Delta \tau + O(\Delta t_{sl}^2, \Delta \tau^2)$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۶. حل معادلات انتقال در راستای خطوط جریان (جریان تراکم ناپذیر، هم دما)

$$(\bar{f}_w)_{i+1/2} \cong (f_w)_i^n + \frac{1}{2}(1-CFL)\sigma_i\Delta\tau$$

$$CFL = (\partial f_w / \partial S_w)_i (\Delta t_{sl} / \Delta \tau)$$

$$\sigma_i = \left(\frac{\partial f_w}{\partial \tau} \right)_i \quad \sigma_i \text{ گرادیان } f_w \text{ در سلول } i \text{ ام است:}$$

$$(S_w)_i^{n+1} = (S_w)_i^n + \frac{\Delta t_{sl}}{\Delta \tau} \left((\bar{f}_w)_{i+1/2} - (\bar{f}_w)_{i-1/2} \right)$$

$$\sigma_i = 0 \quad \text{Upwind 1}^{\text{st}} \text{ order}$$

$$\sigma_i = \frac{(f_w)_{i+1} - (f_w)_i}{\Delta \tau} \quad \text{Central 2}^{\text{nd}} \text{ order}$$

Upwind 2nd order

Leonard's 3rd order

$$\sigma_i = \frac{(f_w)_i - (f_w)_{i-1}}{\Delta \tau}$$

$$\sigma_i = \frac{2-CFL}{3} \frac{(f_w)_{i+1} - (f_w)_i}{\Delta \tau} + \frac{1+CFL}{3} \frac{(f_w)_i - (f_w)_{i-1}}{\Delta \tau}$$

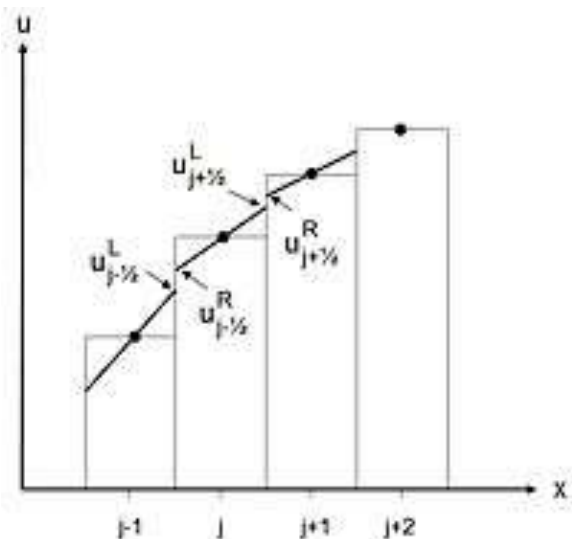


مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

6. حل معادلات انتقال در راستای خطوط جریان (جریان تراکم ناپذیر، هم دما)

TVD Method

Van Leer's Slope limiter



Piecewise linear extrapolation

مقدار شیب σ به گونه ای انتخاب شود که $f_{i+1/2}$ که براساس برونمایی بر روی وجه سلول محاسبه می شود، از مقدار متوسط سلولهای مجاور تجاوز نکند

$$\sigma_i \Delta \tau = \Gamma \cdot \min \left\{ \left| \sigma_i \right| \frac{\Delta \tau}{2}, \left| (f_w)_{i+1} - (f_w)_i \right|, \left| (f_w)_i - (f_w)_{i-1} \right| \right\}$$

$$\Gamma = \text{Sign}(\sigma_i) \left(1 + \text{Sign} \left[(f_w)_{i+1} - (f_w)_i \right] \cdot \text{Sign} \left[(f_w)_i - (f_w)_{i-1} \right] \right)$$

مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

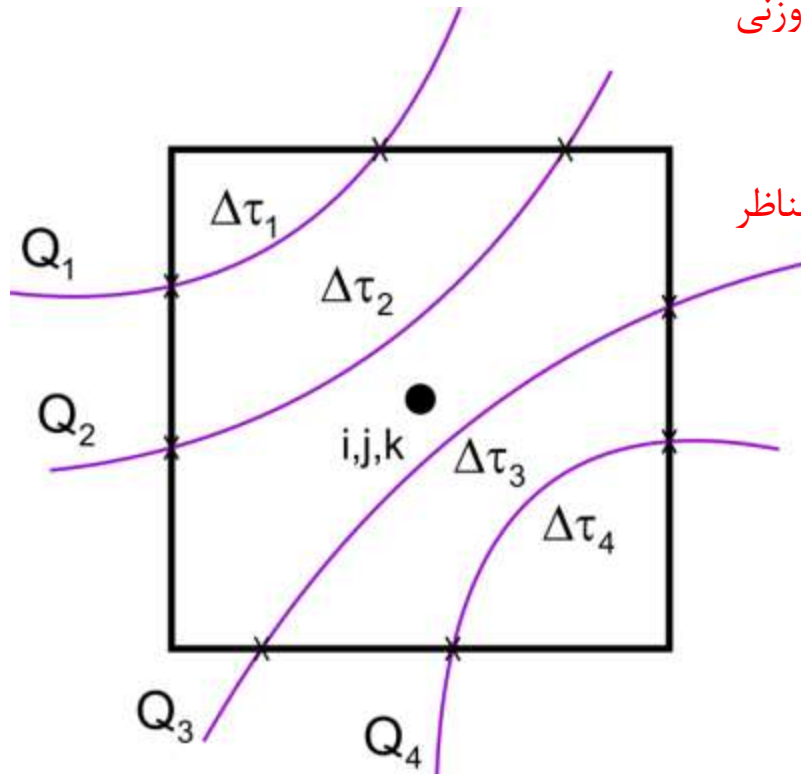
۷. تصویر نمودن نتایج از خطوط جریان بر روی شبکه اویلری

✓ مقدار پارامتر بر روی شبکه اویلری برابر با میانگین وزنی

مقادیر پارامترها بر روی خطوط جریان می باشد.

✓ ضریب وزنی استفاده شده برابر است با حجم خالی متناظر

با هر خط جریان $(Q^{sl} \Delta \tau^{sl})$.



$$(S_w)^{n+1}_{ijk} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q^{sl} S_w^{sl})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q^{sl})}$$

$$(T)^{n+1}_{ijk} = \frac{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q^{sl} T^{sl})}{\sum_{sl} (\Delta \tau^{sl} Q^{sl})}$$

مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۷. محاسبه اثرات گرانش

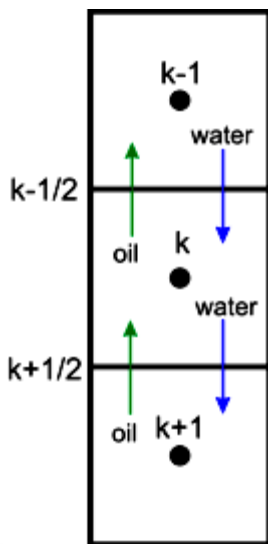
گسسته سازی به روش

Explicit (Upwind)

$$\begin{cases} \frac{\partial M_w}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial (U_t/\phi)}{\partial t} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial G_U}{\partial z} = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \frac{(M_w)_k^{n+1} - (M_w)_k^n}{\Delta t_g} + \frac{1}{\phi_k} \frac{(\bar{G}_w)_{k+1/2} - (\bar{G}_w)_{k-1/2}}{\Delta z_k} &= 0 \\ \frac{(U_t/\phi)_k^{n+1} - (U_t/\phi)_k^n}{\Delta t_g} + \frac{1}{\phi_k} \frac{(\bar{G}_U)_{k+1/2} - (\bar{G}_U)_{k-1/2}}{\Delta z_k} &= 0 \end{aligned}$$



خواص بالادستی براساس چگالی نسبی آب و نفت محاسبه می شود.

$$(\bar{G}_w)_{k+1/2} = \rho_w^{n+1,sl} \frac{(k_{z,k+1}^n k_{ro,k+1}^{n+1,sl})(k_{z,k}^n k_{rw,k}^{n+1,sl})(\rho_w^{n+1,sl} - \rho_o^{n+1,sl})}{(k_{z,k+1}^n k_{ro,k+1}^{n+1,sl} \mu_w^{n+1,sl}) + (k_{z,k}^n k_{rw,k}^{n+1,sl} \mu_o^{n+1,sl})} g$$

$$(\bar{G}_U)_{k+1/2} = ((\rho H)_{w,k}^{n+1,sl} - (\rho H)_{o,k+1}^{n+1,sl}) \frac{(k_{z,k+1}^n k_{ro,k+1}^{n+1,sl})(k_{z,k}^n k_{rw,k}^{n+1,sl})(\rho_w^{n+1,sl} - \rho_o^{n+1,sl})}{(k_{z,k+1}^n k_{ro,k+1}^{n+1,sl} \mu_w^{n+1,sl}) + (k_{z,k}^n k_{rw,k}^{n+1,sl} \mu_o^{n+1,sl})} g$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۸. محاسبه اثرات هدایت حرارتی

$$\frac{\partial(U_t/\phi)}{\partial t} - \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (k_T \nabla T) = 0$$

$$\frac{(U_t/\phi)_{i,j,k}^{n+1} - (U_t/\phi)_{i,j,k}^n}{\Delta t_p} - \frac{1}{\phi_{i,j,k}} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x_i} \left((k_{Tx})_{i+1/2} \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} - (k_{Tx})_{i-1/2} \frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \right) \\ & + \frac{1}{\Delta y_j} \left((k_{Ty})_{j+1/2} \frac{T_{j+1}^{n+1} - T_j^{n+1}}{y_{j+1} - y_j} - (k_{Ty})_{j-1/2} \frac{T_j^{n+1} - T_{j-1}^{n+1}}{y_j - y_{j-1}} \right) \\ & + \frac{1}{\Delta z_k} \left((k_{Tz})_{k+1/2} \frac{T_{k+1}^{n+1} - T_k^{n+1}}{z_{k+1} - z_k} - (k_{Tz})_{k-1/2} \frac{T_k^{n+1} - T_{k-1}^{n+1}}{z_k - z_{k-1}} \right) \end{aligned} \right] = 0$$

$$\text{Res}_{i,j,k}^{n+1} = \frac{(V_p)_{i,j,k}}{\Delta t_p} \left((U_t/\phi)_{i,j,k}^{n+1} - (U_t/\phi)_{i,j,k}^n \right)$$

$$-KX_{i+1/2} (T_{i+1}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n+1}) + KX_{i-1/2} (T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i-1}^{n+1})$$

$$-KY_{j+1/2} (T_{j+1}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n+1}) + KY_{j-1/2} (T_{i,j,k}^{n+1} - T_{j-1}^{n+1})$$

$$-KZ_{k+1/2} (T_{k+1}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n+1}) + KZ_{k-1/2} (T_{i,j,k}^{n+1} - T_{k-1}^{n+1}) = 0$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\partial \text{Res}}{\partial T} \right]^v \{ \delta T \} = - \{ \text{Res} \}^v$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۹. محاسبه میزان تولید در چاه ها

$$Q_j = WI.\lambda_j \left(P_{wf} - P_j - \rho_j g (D_{wf} - D) \right) \quad j = o, w$$

با صرف نظر از اثرات فشار موئینگی

$$P_w = P_o = P$$

$$Q_{tot}^{sl} = Q_w^{sl} + Q_o^{sl} = WI.\lambda_t \left(P_{wf} - P - \rho_j g (D_{wf} - D) \right)$$

$$f_w^{sl} = \frac{\lambda_w}{\lambda_t} \rightarrow \boxed{Q_w^{sl} = f_w^{sl} Q_{tot}^{sl}}$$

$$Q_o^{sl} = Q_{tot}^{sl} - Q_w^{sl}$$

$$\rightarrow Q_{o,prod} = \sum_{i=1}^{N_{sl}} Q_{o,i}^{sl}$$



مراحل شبیه سازی حرارتی مبتنی بر روش خطوط جریان

۹. محاسبه میزان تولید در چاه ها

روش دوم:

$$f_{w,prod} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{sl}} Q_i^{sl} f_{w,i}^{sl}}{\sum_{i=1}^{N_{sl}} Q_i^{sl}}$$

$$\rightarrow Q_{o,prod} = (1 - f_{w,prod}) Q_{tot}$$

میزان حجم تولید:

$$V_{o,prod} = \sum_{j=1}^{N_{time}} Q_{o,prod}^j \Delta t_{sl}^j$$

